

Вступительная работа для поступающих в СПб губернаторский ФМЛ № 30.

Работа для поступающих в 9 класс 20.08.2020

В каждой задаче требуется не только указать ответ, но и привести решение. Задания пунктов а) и б) не всегда связаны друг с другом, но если да – можно и нужно пользоваться результатами одного для решения другого. Каждый пункт оценивается из 3х баллов.

Помните, что не все предлагаемые задачи необходимо решить. Мы специально включили в работу много задач, чтобы у каждого из вас была возможность выбрать те из них, которые кажутся вам доступными.

Вариант 1

- а) Разложите на множители выражение $x^2 + 2xy + y^2 - z^2$;

б) найдите все тройки натуральных чисел $(x; y; z)$, для которых $x^2 + 2xy + y^2 - z^2 = 5$.
- а) Решите уравнение $x^2 - (\sqrt{2} + \sqrt{7})x + \sqrt{14} = 0$.

б) Какой из корней этого уравнения ближе к числу 2?
- а) Напишите уравнение квадратичной функции, график которой проходит через точку $C(1; 3)$ и пересекает ось Ox в точках с абсциссами 2 и -1.

б) Лежат ли точки $A(1; 1)$, $B(2; 4)$ и $C(3; 11)$ на графике одной квадратичной функции?
- Найдите площадь параллелограмма $ABCD$, в котором угол A равен 60° , а биссектриса AE делит сторону BC на отрезки $BE=2$ и $EC=1$.
- В треугольнике ABC проведена высота CD . Известно, что $CD^2 = AD \cdot DB$.

а) Докажите, что если точка D лежит на отрезке AB , то треугольник ABC прямоугольный.

б) Возможно ли такое соотношение в случае, если D не лежит на отрезке AB ? Если да – приведите пример, если нет – докажите, почему.
- Решите неравенства: а) $2|x - 1| \geq 2 - x$; б) $\frac{2|x-1|}{2-x} \geq 1$.
- При каких значениях параметра a неравенство $2|x - 1| \geq a - x$ выполнено при всех значениях x ?
- а) Найдите наименьшее и наибольшее значение выражения $|2a - b|$, если $-2 \leq a \leq 1$ и $1 \leq b \leq 5$.

б) Найдите наименьшее значение выражения $x^2 + y^2$, если $x - y = 2$.
- а) Покажите, что данные числа являются квадратами натуральных чисел:
 $a = 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 + 1$; $b = 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 + 1$; $c = 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10 + 1$.

б) Обобщите имеющуюся закономерность и докажите ее.

Вступительная работа для поступающих в СПб губернаторский ФМЛ № 30.

Работа для поступающих в 9 класс 20.08.2020

В каждой задаче требуется не только указать ответ, но и привести решение. Задания пунктов а) и б) не всегда связаны друг с другом, но если да – можно и нужно пользоваться результатами одного для решения другого. Каждый пункт оценивается из 3х баллов.

Помните, что не все предлагаемые задачи необходимо решить. Мы специально включили в работу много задач, чтобы у каждого из вас была возможность выбрать те из них, которые кажутся вам доступными.

Вариант 2

- а) Разложите на множители выражение $x^2 + 2xy + y^2 - z^2$;
б) найдите все тройки натуральных чисел $(x; y; z)$, для которых $x^2 + 2xy + y^2 - z^2 = 7$.
- а) Решите уравнение $x^2 - (\sqrt{3} + \sqrt{5})x + \sqrt{15} = 0$.
б) Какой из корней этого уравнения ближе к числу 2?
- а) Напишите уравнение квадратичной функции, график которой проходит через точку $C(-1; 3)$ и пересекает ось Ox в точках с абсциссами 1 и -2.
б) Лежат ли точки $A(1; 1)$, $B(2; 4)$ и $C(3; 13)$ на графике одной квадратичной функции?
- Найдите площадь параллелограмма $ABCD$, в котором угол A равен 60° , а биссектриса AE делит сторону BC на отрезки $BE=1$ и $EC=3$.
- В треугольнике ABC проведена высота CH . Известно, что $CH^2 = AH \cdot HB$.
а) Докажите, что если точка H лежит на отрезке AB , то треугольник ABC прямоугольный.
б) Возможно ли такое соотношение в случае, если H не лежит на отрезке AB ? Если да – приведите пример, если нет – докажите, почему.
- Решите неравенства: а) $2|x + 1| \geq x + 2$; б) $\frac{2|x+1|}{x+2} \geq 1$.
- При каких значениях параметра a неравенство $2|x + 1| \geq x - a$ выполнено при всех значениях x ?
- а) Найдите наименьшее и наибольшее значение выражения $|b - 2a|$, если $-2 \leq a \leq 1$ и $1 \leq b \leq 5$.
б) Найдите наименьшее значение выражения $x^2 + y^2$, если $y - x = 2$.
- а) Покажите, что данные числа являются квадратами натуральных чисел:
 $a = 1 + 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2$; $b = 1 + 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3$; $c = 1 + 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7$.
б) Обобщите имеющуюся закономерность и докажите ее.