

Вариант I

1. Упростить:  $(\sqrt{a} + \frac{b}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}) \left(1 - \frac{\sqrt{b^3}}{a\sqrt{a}+b\sqrt{b}}\right) (\sqrt{a} + \sqrt{b})$

2. На финальной распродаже скидка на все товары составляет 50%, при этом по карте магазина постоянным покупателям предоставляется дополнительная скидка 30%. При каком последовательном использовании скидок итоговая скидка больше и сколько она составит в каждом случае?

3. Перед отправкой тепловоз издал гудок с частотой  $f_0=593$  Гц. Чуть позже издал гудок подъезжающий к платформе тепловоз. Из-за эффекта Доплера частота второго гудка  $f$  больше первого: она зависит от скорости тепловоза по закону  $f(v) = \frac{f_0}{1-\frac{v}{c}}$  (Гц), где  $c$  – скорость звука в м/с. Человек, стоящий на платформе, различает сигналы по тону, если они отличаются не менее, чем на 7 Гц. Определите, с какой минимальной скоростью приближался к платформе тепловоз, если человек смог различить сигналы, а  $c=300$  м/с. Ответ выразите в м/с.

4. Решить уравнение:  $(x - 4)\sqrt{x^2 - x - 6} = 6x - 24$

5. Решить уравнение:  $(x^2 - 3x)^2 - 2(x^2 - 3x) = 8$

6. Решить неравенство:  $|x^2 - 4| \leq 3x$

7. Решить неравенство:  $\frac{x^3}{2x-1} \leq x$

8. При каком  $q$  квадрат разности корней уравнения  $2x^2 - 2x + q = 0$  равен 9?

9. Построить график функции:  $f(x) = \frac{|x^2-3x|(x+1)}{x}$

10. В  $\triangle ABC$  проведены медианы  $AM$  и  $CN$ .  $O$  – их точка пересечения. Какую часть площади  $\triangle ABC$  составляет площадь четырехугольника  $NBMO$ ?

11. Построить график функции  $g(x) = \frac{2x+1}{2x^2+x}$  и определить:

а) при каких  $k$  прямая  $y = kx$  имеет одну общую точку с графиком функции  $g(x)$ ?

б) при каких  $b$  прямая  $y = bx + 2$  имеет одну общую точку с графиком функции  $g(x)$ ?

12.  $ABCD$  – выпуклый четырехугольник с прямыми углами  $B$  и  $D$ ,  $A=45^\circ$ ,  $BC=4$ ,  $CD=3\sqrt{2}$ . Найти  $AC$ .

Вариант II

1. Упростить:  $(\sqrt{a} + \frac{b}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}) \left(1 + \frac{\sqrt{b^3}}{a\sqrt{a}-b\sqrt{b}}\right) (\sqrt{a} - \sqrt{b})$

2. На финальной распродаже скидка на все товары составляет 70%, при этом по карте магазина постоянным покупателям предоставляется дополнительная скидка 20%. При каком последовательном использовании скидок итоговая скидка больше и сколько она составит в каждом случае?

3. Перед отправкой тепловоз издал гудок с частотой  $f_0=154$  Гц. Чуть позже издал гудок подъезжающий к платформе тепловоз. Из-за эффекта Доплера частота второго гудка  $f$  больше первого: она зависит от скорости тепловоза по закону  $f(v) = \frac{f_0}{1-\frac{v}{c}}$  (Гц), где  $c$  – скорость звука в м/с. Человек, стоящий на платформе, различает сигналы по тону, если они отличаются не менее, чем на 6 Гц. Определите, с какой минимальной скоростью приближался к платформе тепловоз, если человек смог различить сигналы, а  $c=320$  м/с. Ответ выразите в м/с.

4. Решить уравнение:  $(x + 6)\sqrt{x^2 - x - 20} = 6x + 36$

5. Решить уравнение:  $(x^2 + 4x)^2 - 2(x^2 + 4x) = 15$

6. Решить неравенство:  $|x^2 - 9| \leq 8x$

7. Решить неравенство:  $\frac{(x-1)^3}{2x-3} \leq x - 1$

8. При каком  $q$  сумма квадратов корней уравнения  $2x^2 - 8x + q = 0$  равна 16?

9. Построить график функции:  $f(x) = \frac{|x^2+2x|(x-1)}{x}$

10. В  $\triangle ABC$  проведена медиана  $BN$  и средняя линия  $KM$ .  $O$  – их точка пересечения. Какую часть площади  $\triangle ABC$  составляет площадь  $\triangle OMN$ ?

11. Построить график функции  $g(x) = \frac{x-2}{2x-x^2}$  и определить:

а) при каких  $k$  прямая  $y = kx$  имеет одну общую точку с графиком функции  $g(x)$ ?

б) при каких  $b$  прямая  $y = bx + 2$  имеет одну общую точку с графиком функции  $g(x)$ ?

12.  $MKNP$  – выпуклый четырехугольник с прямыми углами  $M$  и  $N$ ,  $P=120^\circ$ ,  $KM=4$ ,  $KN=6$ . Найти  $PK$ .