Открытая олимпиада 5 классов - 2017.

1. В комнате находится несколько школьников, среди которых Вася и Петя. Вася заметил, что ровно половина его знакомых в этой комнате знает Петю. Петя, в свою очередь, заметил, что ровно четверть его знакомых в этой комнате знает Васю. Докажите, что у Пети вдвое больше знакомых в комнате, чем у Васи.
2. На столе в ряд лежат 2017 яблок. Вася берёт каждое десятое яблоко (т. е. десятое, двадцатое, тридцатое и т. д.). После этого он берёт каждое девятое из оставшихся яблок, затем каждое восьмое из оставшихся и т. д., наконец, он берёт каждое третье из оставшихся к этому моменту яблок. Сколько яблок останется в итоге на столе?
3. Можно ли без остатка разрезать куб на 20 кубиков?
4. На острове живут рыцари, которые всегда говорят правду, и лжецы, которые всегда лгут. В комнате находятся 10 островитян, все разного роста. Каждый находящийся в комнате сказал: "Среди тех, кто в этой комнате выше меня, ровно два лжеца". Сколько рыцарей находится в комнате?
5. Мотоциклисты Вася и Петя ездят с постоянными скоростями по круговому треку длиной 1 км. Вася обнаружил, что Петя каждые 2 минуты его обгоняет. Тогда он вдвое увеличил скорость и теперь уже сам каждые 2 минуты стал обгонять Петю. С какими скоростями ехали мотоциклисты изначально?
6. Шестеро школьников 8 часов решали задачи на командной олимпиаде. Учитель, который захотел понять, почему их команда заняла последнее место, узнал, что в каждый момент решали задачи ровно двое, а остальные играли на телефонах. Аня играла на телефоне 3 часа, Боря - 4 часа,
   Витя - 5 часов, Гриша - 6 часов и Дима - 7 часов. Сколько времени играл на телефоне капитан команды Женя?

ВЫВОД

7. В магазине продаются три вида наборов “Юный техник”. В одном наборе 2 винтика и 6 шпунтиков, в "другом – 6 винтиков и 3 шпунтика, а в третьем – 3 винтика и 4 шпунтика. Чтобы собрать паровозик, нужно 4 винтика и 2 шпунтика. Вася купил несколько наборов и собрал несколько паровозиков. Докажите, что у него не могли остаться неиспользованными ровно 1 винтик и ровно 1 шпунтик.
8. Можно ли покрасить каждое натуральное число в синий, зелёный или красный цвет так, чтобы все три цвета присутствовали и цвет суммы любых двух разноцветных чисел не совпадал с цветами слагаемых?

СУПЕРВЫВОД

9. На плоскости провели 100 различных прямых. Среди всех точек, в которых пересекаются какие-нибудь проведённые прямые, отметили ровно 300. Докажите, что можно выбрать какие-то 4 отмеченные точки, никакие три из которых не лежат на одной проведенной прямой.